

## 不飽和土中の水分移動モデルにおける境界条件

斎藤広隆\*・坂井 勝\*\*・Jiri Šimůnek\*・取出伸夫\*\*

### Boundary Conditions for Numerical Analysis of Variably-saturated Water Flow in Soils

Hiroataka SAITO\*, Masaru SAKAI\*\*, Jiri ŠIMŮNEK\* and Nobuo TORIDE\*\*

#### 1. はじめに

土中の不飽和水分移動の基礎方程式であるリチャーズ式は、一般に差分法や有限要素法などの数値的な近似解析手法により解かれる。一般に、非定常水分移動は、リチャーズ式に対して計算領域境界における条件を与える境界条件 (boundary condition, BC) と計算の出発時点での初期条件 (initial condition, IC) を与え、初期値一境界値問題として扱われる (たとえば登坂・大西, 1991)。特に土中の水分移動における境界条件は、支配方程式や初期条件に比べて複雑かつ多様であり、境界条件自体のモデル化が必要な場合も多い。しかし、境界条件のわずかな違いは、計算結果を大きく変化させるにも関わらず、多くの誤用も見受けられる。これは、多くの土壌物理の教科書において、支配方程式のリチャーズ式と比較して、境界条件の数学的な表現について十分な解説が行われていないこともひとつの原因と考えられる。また、土中の不飽和水分移動汎用プログラムを利用する場合においても、適切な境界条件の設定は最も重要であり、細心の注意を払う必要がある。

そこで本報では、土中の不飽和水分移動の計算に用いられる各種境界条件について、数学的表記、物理的な意味、適用条件について整理を行った。土中の不飽和水分移動における境界条件は、土中の条件に依存する系依存型境界条件と、依存しない独立型境界条件の2つに大別される。本報では、まず独立型境界条件として、圧力、フラックス、圧力勾配条件を示した上で、系依存型境界条件である降雨浸透、地表面蒸発、浸出面について、具体的な計算例を示しながら解説することを試みた。さらに、具体的な実測データに対する各種境界条件の適用事例として、マルチステップ流出法と現場浸潤実験について示した。なお、計算には、不飽和水分移動汎用プログラム HYDRUS-1D (Šimůnek *et al.*, 2005) を用いた。

#### 2. 不飽和水分移動式と境界条件

等温条件下の体積が変化しない土において、鉛直1次元不飽和水分移動の基礎方程式は、水の保存則とダルシー則より導かれる。なお、乾燥した土においては、水蒸気移動が無視できないが、本報では、液状水移動のみを対象に議論する。微小直方体の不飽和土中の水分量の変化は、流出入量の差である正味の流入量と植物根による吸水などによる吸い込み量の和で与えられる。微小間隔  $\Delta z \rightarrow 0$ 、微小時間  $\Delta t \rightarrow 0$  の極限に対して、保存則は次の偏微分方程式で与えられる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial q_L}{\partial z} - S \quad (1)$$

ここで、 $\theta$  は体積含水率 [ $L^3 L^{-3}$ ]、 $t$  は時間 [T]、 $q_L$  は液状水フラックス [ $L T^{-1}$ ]、 $z$  は深さ [L]、 $S$  は植物根による吸水などの吸い込み項 [ $T^{-1}$ ] である。また鉛直1次元フラックス  $q_L$  (以降は単にフラックス) は、以下のダルシー則で与えられる。

$$q_L = -K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \quad (2)$$

ここで、 $K(h)$  は不飽和透水係数 [ $L T^{-1}$ ] であり、圧力水頭  $h$  [L] (以降基本的に圧力と表記) の関数である。非定常水分移動では圧力  $h$  は時間と位置の関数であるため、上記ダルシー則は偏微分方程式により記述される。(2)式を(1)式に代入すると、鉛直1次元非定常水分流れの基礎方程式であるリチャーズ式が得られる (たとえば Jury and Horton, 2006)。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \right] - S \quad (3)$$

不飽和透水係数  $K(h)$  が圧力  $h$  の関数であるリチャー

\*カリフォルニア大学リバーサイド校環境科学部

\*\*三重大学大学院生物資源学研究所

キーワード: 圧力境界条件, フラックス境界条件, 圧力勾配境界条件, 数値計算

ズ式は、2階の非線形偏微分方程式であり、近年ではコンピュータを使って数値的に解くことが一般的になっている（たとえば Šimůnek *et al.*, 2005; Pruess, 2004; Fayer, 2000）。このリチャーズ式に基づき現実の水分移動を適切に再現するためには、不飽和透水係数などパラメータの正確な値だけでなく、初期条件、さらには領域の上端および下端における境界条件の正しい表現が不可欠である。

(3)式のリチャーズ式の境界条件には、圧力、圧力勾配、フラックスのいずれかを与え、一般的に次式で表現できる (McCord, 1991)。

$$\alpha h + \beta \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{z=\Gamma} = B(\Gamma, t) \quad (4)$$

ここで、 $\alpha, \beta, B(\Gamma, t)$  は、それぞれ境界 $\Gamma$ で与えられる関数であり、(4)式より境界 $\Gamma$ での圧力や圧力勾配、あるいは $\Gamma$ を横切るフラックスを特定する。たとえば、 $\alpha \neq 0, \beta = 0$ のとき、(4)式は第1種境界条件 (first-type BC)、あるいはディレクレ型境界条件とよばれ、境界 $\Gamma$ での圧力を与える。 $\alpha = 0, \beta \neq 0$ のとき、第2種境界条件 (second-type BC)、あるいはノイマン型境界条件、また、 $\alpha, \beta$ の両者がゼロでない場合は、第3種境界条件 (third-type BC)、あるいはコーシー型境界条件とよばれる。このコーシー型境界条件は、溶質移動問題や熱移動問題における溶質フラックスや熱フラックスとしてよく使われる境界条件であるが、水分移動問題では適用されることはほとんどない。

不飽和水分移動におけるノイマン型境界条件は、 $\alpha = 0, \beta = K(h), B(\Gamma, t) = q(\Gamma, t)$ の場合を指すことが多い。しかし、本来のノイマン型境界条件は、 $\beta$ が圧力に依存しない条件であるため、厳密には正しい分類ではない。McCord (1991) は、この通常ノイマン型とよばれる境界条件を、フラックス境界条件とよんでいる。なお、フラックス境界条件は後述の(7)式で与えられるが、(7)式の左辺の重力項を右辺に移項すると、(4)式の形式となる。一方、地下水流動解析の場合は、 $\beta$ は飽和透水係数 $K_s$ となり、 $\beta$ が $h$ に依存しないノイマン型境界条件となる。鉛直1次元不飽和水分移動におけるノイマン型境界条件は、正しくは次の条件である。

$$\frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{z=\Gamma} = B(\Gamma, t) \quad (5)$$

これは、境界 $\Gamma$ における圧力勾配を指定するため、圧力勾配境界条件とよぶこともできる。ここにあげた用語の誤用は広く知られているが、本質的ではない分類上の問題であるため、取り上げられることは少ない。

土中の不飽和水分移動の特徴は、境界条件が土の状態によって条件が変化し得る点である。湛水条件で境界の圧力が与えられる浸潤実験のように、土の条件（以降、系）に依存しない境界条件は、独立型境界条件 (system-independent BC) とよぶ。それに対して、土中や周辺環境との相互作用の影響を受け、系に依存する境界条件は、系依存型境界条件 (system-dependent BC) とよばれる。系依存型境界条件の具体例としては、土と大気の接触面、すなわち地表面での降雨、蒸発、また大気に開放された浸出面などである。

本報では、まず独立型境界条件としての、圧力、フラックス、圧力勾配の各境界条件について解説する。その上で、境界条件が変化する系依存型境界条件として、降雨浸透、地表蒸発、浸出面について議論を行う。なお、以降の議論では、鉛直1次元水分移動を対象とし、鉛直上向きを正、そして領域上端を $z=0$ 、下端を $z=-L$ とする。

### 3. 独立型境界条件

#### 3.1 圧力境界条件

リング式浸潤計による湛水条件下での浸潤実験や、負圧ディスク浸潤計における浸潤計と土の接触面における圧力などは、系の状態とは関係なく外部から与えられる独立型境界条件の例である。図-1に圧力境界条件の例を模式的に示す (Rassam *et al.*, 2004)。土断面の側面に水路が存在する場合は、静水圧が境界圧力となる。吸引法カラムにおいては、下端フィルターに与える負圧が境界圧力である。また、地下水面が計算領域内に存在する場合は、下端境界に地下水面までの距離を圧力条件として与えることにより、地下水位置を表現できる。このような境界面での圧力境界条件 (ディレクレ型境界条件) は、次式で与えられる。

$$h|_{z=\Gamma} = h_c(t) \quad (6)$$

ここで、 $h_c$  [L] は時間 $t$ における境界 $\Gamma$ での既知の圧力であり、計算期間を通して一定の場合を一定圧力境界、変化する場合は変動圧力境界とよぶ。

図-2は、長さ100 cm、初期圧力一定 ( $h_i = -500$  cm) のシルト層の表面に一定負圧 ( $h_c = -50$  cm および  $-1$  cm) を与えたときの、浸潤過程の圧力および水分分布の時間変化である。境界圧力が一定に保たれているので、表面の水分量も一定である。浸潤の進行は、境界での圧力が大きい方 ( $-1$  cm) が速い。浸潤が進行すると、表面から境界圧力に近づき、上部の水分量も境界の水分量と等しくなる。図-3は、 $-10$  cmの条件も加えた負圧浸潤下での浸潤速度 (表面フラックス) の時間変化である。

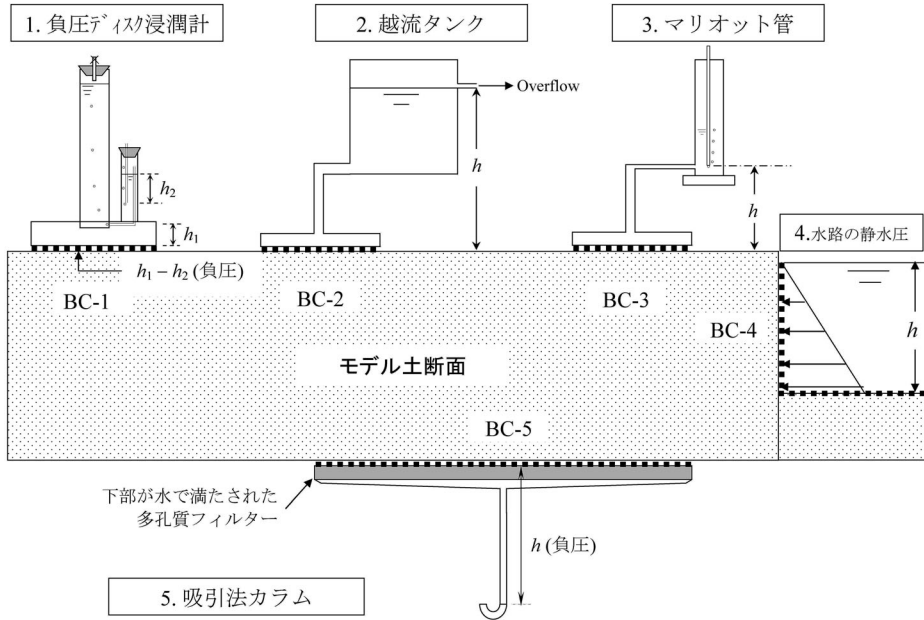


図-1 一定圧力境界条件の適用例 (Rassam *et al.* (2004) より抜粋).

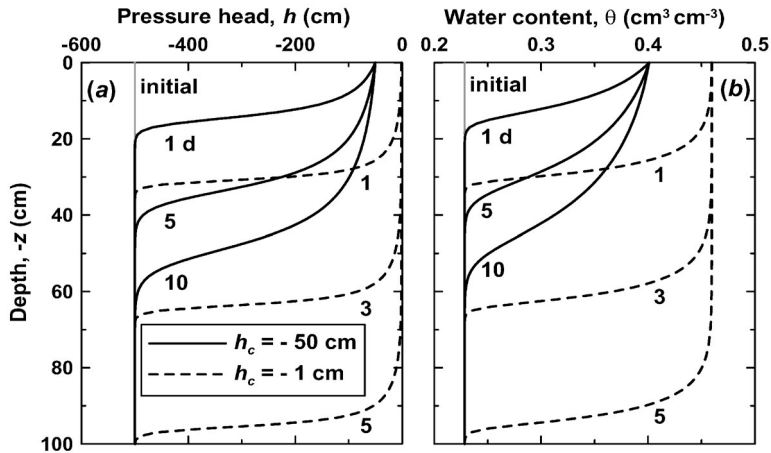


図-2 一定負圧 ( $h_c = -50$  cm および  $-1$  cm) をシルト層表面に与えた浸潤過程の (a) 圧力分布と (b) 水分分布 (初期圧力  $h_i = -500$  cm).

浸潤速度は、境界での圧力が大きいほど速く、また、大きな圧力勾配が形成される浸潤初期に大きい。そして、時間の経過に伴い一定の値に近づく。十分な時間が経過すると、表面付近における圧力勾配はゼロとなり ( $dh/dz=0$ )、フラックスは(2)式の重力項のみとなる。そのため、表面フラックスの値は、境界に与えた圧力に対応する不飽和透水係数の値と等しい。この例では、境界圧力が  $-1$  cm および  $-50$  cm の場合、それぞれ  $3.7$   $\text{cm d}^{-1}$  と

$0.24$   $\text{cm d}^{-1}$  である。また、積算浸潤水量は、その時間までに土に浸潤した全水分量であり、図-2 の水分分布における増加面積と等しい。

### 3.2 フラックス境界条件

フラックス境界条件は、境界でのフラックスが既知の場合に適用できる。たとえば、降雨や散水条件において、表面フラックスが土の浸透能を超えないような場合である。このフラックス境界条件は、次式で与えられる。

$$-K(h)\left(\frac{\partial h}{\partial z}+1\right)\Big|_{z=\Gamma}=q_c(t) \quad (7)$$

ここで、 $q_c$  [LT<sup>-1</sup>] は時間  $t$  における境界  $\Gamma$  におけるフラックスであり、計算期間を通して一定の場合は一定フラックス境界、変化する場合を変動フラックス境界とよぶ。

図-4 は、図-2 と同じ長さ 100 cm、初期圧力一定 ( $h_i = -500$  cm) のシルト層表面に対して、一定フラックス ( $q_c = 0.5$  cm d<sup>-1</sup> および 3 cm d<sup>-1</sup>) を与えたときの、浸潤過程の圧力および水分分布の時間変化である。図-2 の圧力境界と異なり、表面の圧力および水分量は時間の経過に伴い増加し、一定値に近づく。また、浸潤が進行する

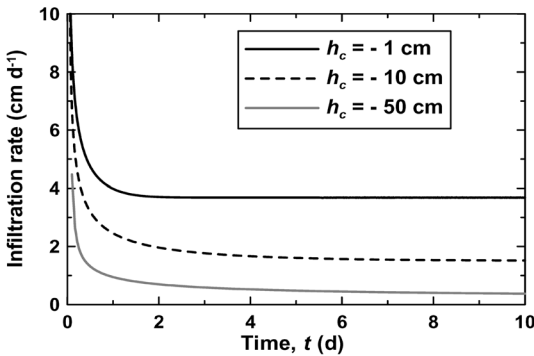


図-3 一定負圧 ( $h_c = -50$  cm,  $-10$  cm および  $-1$  cm) をシルト層表面に与えたときの浸潤速度 (表面フラックス) の時間変化 (初期圧力  $h_i = -500$  cm).

と、上部の圧力と水分量も一定の値に近づき、表面付近の圧力勾配はゼロに近づく ( $dh/dz=0$ )。このとき、(2) 式のフラックスは重力項のみとなり、境界フラックスと等しい不飽和透水係数の重力流れとなる。境界フラックスが 0.5 cm d<sup>-1</sup> および 3 cm d<sup>-1</sup> の場合、収束する圧力はそれぞれ  $-30.7$  cm と  $-2.3$  cm であり、この圧力に対応する不飽和透水係数が境界フラックスに等しい。

また、ゼロフラックス境界条件もフラックス境界条件のひとつである。ゼロフラックス境界条件は、境界面を通過する水分移動が生じない場合に適用できる。たとえば、土カラムの上端、あるいは下端が閉じられている場合や、下層に不透水層や難透水層が存在する場合が相当する。

### 3.3 圧力勾配境界条件

圧力勾配境界条件は、主に、自由排水 (free drainage) とよばれる圧力勾配ゼロの条件が用いられる。

$$\frac{\partial h}{\partial z}\Big|_{z=\Gamma}=0 \quad (8)$$

このとき、境界  $\Gamma$  では重力流れが生じ、フラックスは境界圧力  $h$  に対応した不飽和透水係数  $K(h)$  と等しい。この境界条件は、通常、鉛直流れの下端境界条件が圧力やフラックスで与えられない場合に適用され、地下水位が十分に深く、下端境界の計算領域への影響が小さい場合に有効である。しかし、浸潤前線が最下端に到達する場合は、前線の形状が境界条件の影響を受けるため、計算領域を十分に大きくするなど工夫が必要である (5.2 節参照)。

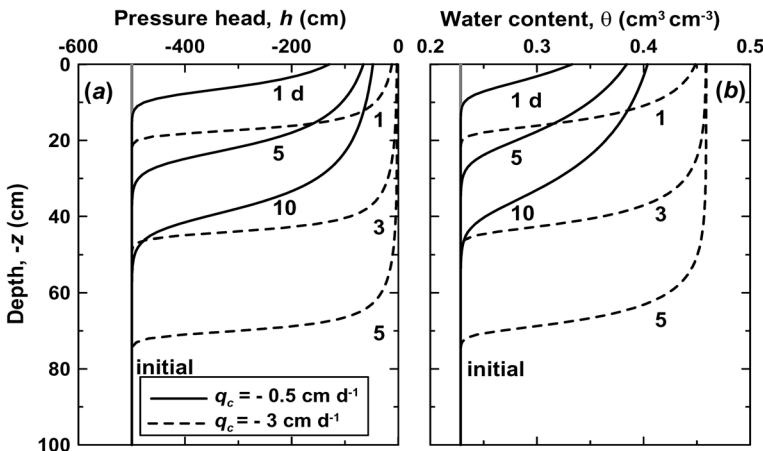


図-4 一定フラックス ( $q_c = 0.5$  cm d<sup>-1</sup> および 3 cm d<sup>-1</sup>) をシルト層表面に与えた浸潤過程の (a) 圧力分布と (b) 水分分布 (初期圧力  $h_i = -500$  cm).

#### 4. 系依存型境界条件

ここまで、土に与えられる3種類の独立型境界条件について整理したが、制御された実験や不透水層の存在などの特殊な場合を除き、多くの場合、水分移動の進行と共に土の状態が変化し、境界における条件も変化する。たとえば、地表面における大気と土の境界面 ( $z=0$ ) を横切る浸潤速度や蒸発速度は、降水強度や可能蒸発量といった大気条件のみならず、土の水分量にも依存する。また、ライシメータや土カラムの下端 ( $z=-L$ ) における大気に開放された浸出面も、下端の土が飽和してはじめて水分が浸出する系依存型境界条件である。このような系依存型境界条件のモデル化には、土の条件に応じて境界条件を適切に変化させる必要がある。ここでは、土中の不飽和水分移動における最も一般的な系依存型境界条件として、降雨浸透、地表面蒸発、浸出面について、計算例を示して解説する。なお、この系依存型境界条件には、境界のフラックスや圧力を様々な方法で近似する方法も含まれる。たとえば、地下水面位置から経験的に下端フラックスを与える方法 (Hopmans and Stricker, 1989) や、暗渠間の距離、暗渠の深さ、地下水面位置などから暗渠へのフラックスを求め、それを下端の排水フラックスとして与える方法 (van Dam *et al.*, 1997) などである。

##### 4.1 降雨浸透

3.2節で述べたフラックス条件は、表面フラックスが土の浸透能を超えない場合を対象とした。しかし、大きな強度の降雨が生じて土の浸透能を超えると、過剰な水分により地表面湛水や表面流出が生じる。この土の浸透能は、土の水分量と透水係数に依存する。図-4に示したように、一定フラックスを与えたときの最終的な表面圧力  $h(0)$  は、境界フラックスに等しい不飽和透水係数に対応した圧力に収束する。そのため、境界フラックスが飽和透水係数に等しいときは、圧力ゼロ、すなわち水分飽和する。さらに飽和透水係数以上の強度の降雨に対しては、浸潤できない過剰な水分が地表面に生じる。このような降雨浸透は、地表面の水分量が不飽和で  $h(0) < 0$  のときは降雨強度  $R$  (上向き正なので負の値) のフラックス境界条件、飽和のときは地表面に与えられる圧力  $h_c$  の圧力境界条件に変化させることにより、湛水や表面流失を考慮したモデル化が可能である (Feddes *et al.*, 1974)。

$$\begin{cases} -K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \Big|_{z=0} = R & (h(0) < 0) \\ h(0) = h_c(t) \leq h_s \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 $R$  は地表面圧力  $h(0)$  がゼロとなって飽和するまでの最大可能浸潤速度である。また、地表面に与えられる圧力  $h_c$  は、鉛直1次元流れでは、 $R$  と浸潤速度の差で生じる湛水による静水圧である。そのため、許容最大圧力  $h_s$  は湛水可能な深さであり、湛水を許さず地表面流出する場合はゼロである。

図-5は、図-4と同じ条件のシルト層 ( $h_i = -500$  cm) に対して、飽和透水係数  $K_s = 6$  cm d<sup>-1</sup> 以上の強度の降雨を与え、湛水が生じずに地表面流出するときの浸潤速度の時間変化である。また、図-6は、降雨強度  $R = -10$  cm d<sup>-1</sup> における圧力分布の変化である。浸潤初期は、表面の圧力勾配が存在するため (図-6)、浸潤速度は  $R$  に

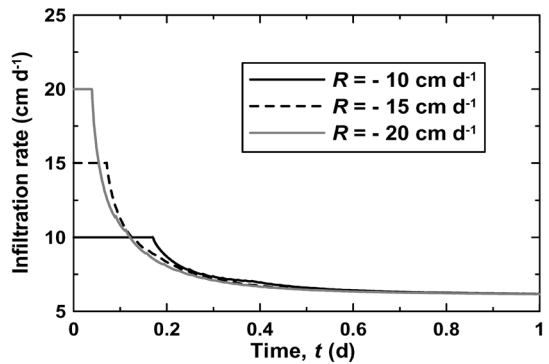


図-5 湛水の生じないシルト層表面に飽和透水係数以上の強度の降雨を与えたときの浸潤速度 (表面フラックス) の時間変化 (初期圧力  $h_i = -500$  cm)。

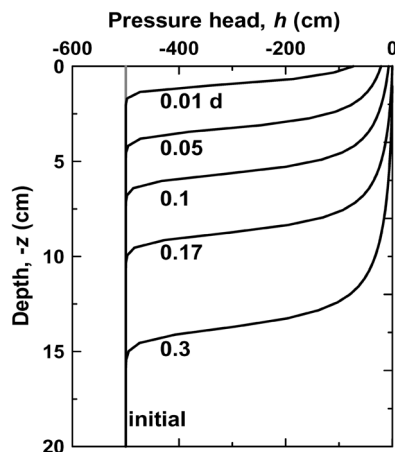


図-6 降雨強度  $R = -10$  cm d<sup>-1</sup> による湛水の生じないシルト層への浸潤過程における圧力分布 (初期圧力  $h_i = -500$  cm)。

等しい。表面が飽和に達すると ( $R = -10 \text{ cm d}^{-1}$  では  $t = 0.17 \text{ d}$ )、境界条件は圧力境界条件に変わる。この計算では、湛水が生じない  $h_c = 0$  であるため、表面圧力はゼロで一定である。その後は、図-3、図-4 に示した負圧浸潤と同様に浸潤速度は減少して、最終的にはフラックスが飽和透水係数に等しい重力流れに近づく。降雨強度が大きいほど速やかに水分飽和するため、浸潤速度が短時間で減少し始める (図-5)。また、どの条件も表面圧力ゼロの条件となるため、最終的には浸潤速度  $6 \text{ cm d}^{-1}$  に収束する。

特に降雨強度の大きい場合は、地表面の湛水の条件が浸潤過程に違いを生じさせる。図-7 (a) は、短期間 (0.1 d) の激しい降雨 ( $R = -50 \text{ cm d}^{-1}$ ) によるローム土 ( $K_s = 25 \text{ cm d}^{-1}$ ,  $h_i = -100 \text{ cm}$ ) への浸潤で、過剰な水分が地表面流出する場合と湛水する場合における表面圧力と浸潤速度の変化である。この降雨条件では、約 0.02 d に表面が飽和に達し、その後、連続的に浸潤速度が減少するが、湛水が生じる場合の方が減少割合が小さい。これ

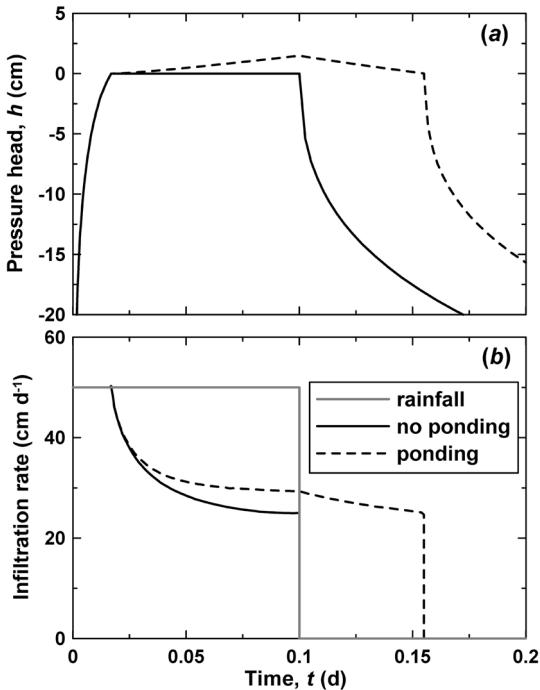


図-7 短期間 (0.1 d) の激しい降雨 ( $R = -50 \text{ cm d}^{-1}$ ) によるローム土 (飽和透水係数  $K_s = 25 \text{ cm d}^{-1}$ , 初期圧力  $h_i = -100 \text{ cm}$ ) への浸潤過程において、地表面流出により湛水が生じない場合と湛水が生じる場合の (a) 表面圧力と (b) 浸潤速度 (表面フラックス) の時間変化。

は、湛水が生じることにより表面に最大 1 cm の静水圧が生じて、浸潤速度の減少が抑えられるためである。また、湛水が生じない場合は、降雨終了と同時に浸潤速度がゼロとなるが、湛水がある場合は、降雨終了後も表面に溜まった水による浸潤が続く。図-7 (b) の浸潤速度において、0.1 d までの浸潤速度と降雨速度で囲まれた領域が過剰な水分量であり、表面流出の場合には取り除かれた水分量、また湛水が生じた場合は、0.1 d 以降に浸潤した水分量に相当する。

#### 4.2 地表面蒸発

降雨下での浸潤同様に、地表面における蒸発も、系依存型境界条件である。土が十分に湿っている初期段階では、外部気象条件で決まる可能蒸発速度で蒸発が進行する (乾燥第 1 段階、または恒率乾燥段階)。地表面の乾燥が進むにつれて、水分の下方からの供給量は減少し、蒸発速度が土によって制限されるようになる (乾燥第 2 段階、または減率乾燥段階)。さらに乾燥が進むと、表面の乾燥層の厚みが増し、蒸発は主に水蒸気拡散に支配される (乾燥第 3 段階)。地表面蒸発のモデル化には、この恒率乾燥段階から減率乾燥段階への移行を適切に表現することが不可欠である。

蒸発速度は、伝統的に気象条件との経験的な関係を利用して求められたが、経験則ではうまく予測できない例も多く、その利用には限界がある。また経験則の多くは、土中の条件とは独立に求められており、そこで求められた蒸発速度を、土中の水分移動の境界条件として単純に用いることには問題がある。Campbell (1987, p. 96, (9.14) 式) は、地表面と大気との湿度から蒸発速度を求める式を示したが、より精度の高い蒸発速度の評価には、土中の液状水、水蒸気、熱エネルギーの地表面までの移動と、地表面から大気への水蒸気の (拡散) 移動を取り入れた物理モデルを用いる必要がある (たとえば Saito *et al.*, 2006)。しかし、そうした方法は、パラメータの数が多い上に複雑であり、パラメータの値を定めるのが難しい場合も多い (詳細な解説は後の講座で行なう予定)。さらに土中の水蒸気移動を考慮する場合は、水蒸気移動の温度勾配による成分が無視できない (Philip and de Vries, 1957)。そのため、相互に依存しあっている液状水、水蒸気、および熱の移動を同時に考慮しなければならない。それぞれ異なる境界条件の設定が必要になる。

ここでは、可能蒸発速度 (蒸発能)  $E$  [ $\text{LT}^{-1}$ ] を境界条件として与えることにより、気象条件、水蒸気移動を考慮しない液状水移動のリチャーズ式を用いたモデルを示す。地表面蒸発により表面圧力  $h(0)$  は低下するが、許容最小圧力  $h_A$  を与えて、表面圧力の範囲を  $h(0) \geq h_A$  とする。そして、 $h(0) > h_A$  ではフラックスが  $E$  に等し

いフラックス境界条件，乾燥して  $h(0) = h_A$  に達した段階で一定圧力境界条件とする。

$$\begin{cases} -K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \Big|_{z=0} = E & (h(0) > h_A) \\ h(0) = h_A \end{cases} \quad (10)$$

なお，この地表面における最小圧力  $h_A$  の絶対値は，HYDRUS においては  $h_{CritA}$  とよばれるパラメータである (Šimůnek *et al.*, 2005)。

図-8 は，長さ 10 cm で初期圧力  $h_i = -20$  cm のローム質砂において，可能蒸発速度  $E = 0.05 \text{ cm d}^{-1}$ ，最小圧力  $h_A = -50,000$  cm としたときの蒸発速度の時間変化である。

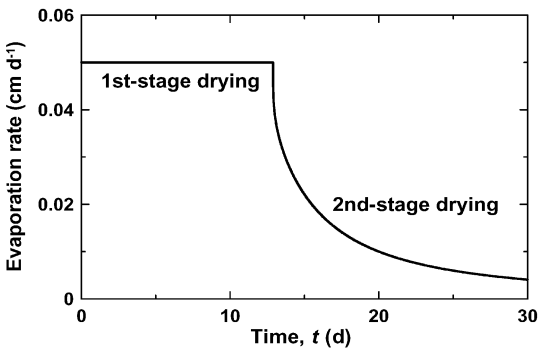


図-8 ローム質砂に可能蒸発速度  $E = 0.05 \text{ cm d}^{-1}$  を与えたときの乾燥第1段階から乾燥第2段階における蒸発速度の時間変化 (初期圧力  $h_i = -10$  cm)。

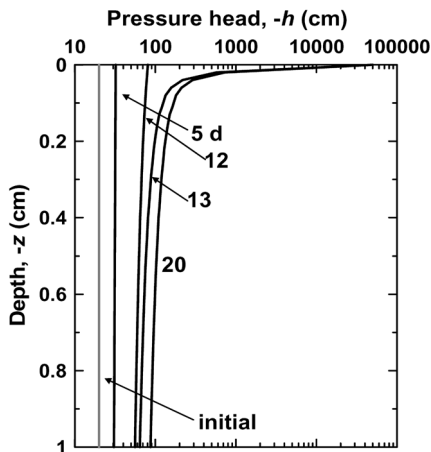


図-9 ローム質砂に可能蒸発速度  $E = 0.05 \text{ cm d}^{-1}$  を与えたときの蒸発過程における圧力分布 (初期圧力  $h_i = -10$  cm)。

る。また，そのときの圧力分布を図-9 に示す。なお，下端境界はゼロフラックスとした。13日までは乾燥第1段階 (恒率乾燥段階) であり，蒸発速度は可能蒸発速度  $E$  に等しく一定である。この期間，表面の乾燥が進行して表面圧力が低下するが，(10)式において不飽和透水係数の低下が圧力勾配の増加で補われ，一定の蒸発速度を維持する。そして，表面圧力が  $-50,000$  cm に達すると，(10)式の一定圧力境界条件となる。さらに乾燥が進行すると，表面圧力が  $-50,000$  cm に保たれながら表面付近の圧力が低下するため，圧力勾配が小さくなる。その結果，表面フラックスが低下し，乾燥第2段階 (減率乾燥段階) となる。

(10)式の境界条件では，地表面における上方のフラックスを蒸発として表現するため，蒸発が生じるのは地表面のみである。図-10 は，20日の水分分布について，Philip and de Vries モデルを用いた水蒸気移動を考慮に入れた計算 (坂井・取出，2006) との比較を示す。水蒸気を考慮すると，蒸発面が降下し，表層に乾燥層が形成される (Campbell, 1987, 図 9.3)。このように水蒸気移動が卓越した段階において，たとえば地表面付近の水分分布に注目する場合は，(10)式の境界条件の適用には限界がある点には留意する必要がある。

大気の相対湿度を考慮しない境界条件の場合，土表面の圧力は蒸発が進行するにつれて無限に小さくなる。このため，数値計算上，圧力の最小値を設けることが必要となる。ここで示した蒸発境界条件は，最小圧力値  $h_A$  を用いて恒率乾燥，減率乾燥を表現する工学的な手法とも

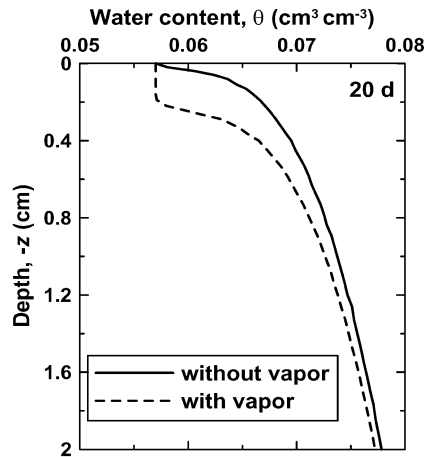


図-10 ローム質砂 (初期圧力  $h_i = -10$  cm) に可能蒸発速度  $E = 0.05 \text{ cm d}^{-1}$  を与えたときの蒸発過程において，水蒸気移動を考慮した場合と考慮しない場合の20日の水分分布。

いえる。しかし、 $h_A$  の値によって蒸発速度に違いが生じるので、その値の決定には注意が必要である。最適な  $h_A$  の値は、蒸発速度への影響が小さくなる最大値とするのがよいとされているが (Rassam *et al.*, 2004), より正確な計算には、蒸発速度の実測値との比較を行うことが望ましい。

### 4.3 浸出面

大気に開放されたライシメータ、土カラムの下端、また暗渠排水における境界からの水の浸出も、系依存型境界条件により表現できる。大気と接している浸出面 (seepage face) では、境界圧力が負である場合、すなわち水分不飽和の状態では水分は排出しない。そして、水分量が増加して、境界面が飽和したときに土中水分の浸出が始まる。このような下端浸出面においては、 $h(-L) \leq 0$  で与えられる境界圧力に対して、下端が不飽和で  $h(-L) < 0$  のときはゼロフラックス境界条件、飽和のときは  $h(-L) = 0$  の一定圧力境界条件を適用する。

$$\begin{cases} -K(h) \left( \frac{\partial h}{\partial z} + 1 \right) \Big|_{z=-L} = 0 & (h(-L) < 0) \\ h(-L) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

図-11 は、深さ 100 cm に浸出面を持つローム質砂 ( $h_i = -500$  cm) に対して、表面に一定フラックス  $q_c = 0.3$  cm d<sup>-1</sup> を与えたときの水分分布の変化を示す。浸潤前線は 17.5 日に下端に到達するが、水分は排水されず、下部に水分が溜まっていく。約 25 日に下端が飽和に達した時点で、表面境界条件はゼロフラックスから  $h = 0$  の一

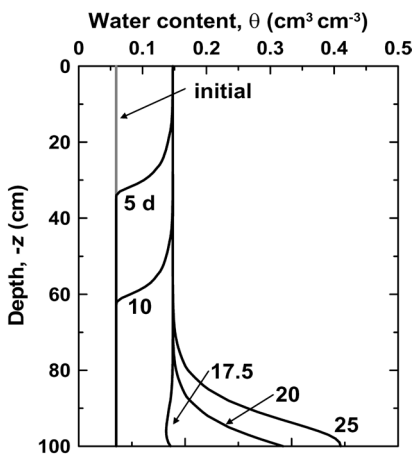


図-11 深さ 100 cm に浸出面を持つローム質砂表面に一定フラックス  $q_c = 0.3$  cm d<sup>-1</sup> を与えたときの水分分布の時間変化 (初期圧力  $h_i = -500$  cm)。

定圧力境界条件に変化し、排水が始まる。そして 25 日以降は、定常水分流れとなり、水分分布は変化しない。多くのライシメータの下端は大気に開放されており、図-11 と同様の水分分布が形成される。そのため、排水が進行している場合には、下端の位置に地下水面がある場合と等しい条件となる。そのため、ライシメータ内の水分分布は、地下水面が深い自然条件下の水分分布とは大きく異なる場合が多いことには注意が必要である。

## 5. 適用事例

ここまで、鉛直 1 次元不飽和水分移動計算における境界条件について、主に仮想的な条件下で計算例を用いて議論してきた。次に、適用事例として、土カラムを用いたマルチステップ流出法と現場浸潤実験の実測データに対して、適用する境界条件に焦点を当て、その上で数値計算による再現例を示す。

### 5.1 マルチステップ流出法

マルチステップ流出法は、水分飽和した土カラムに対して、試料内の空気圧を段階的に増加させ、積算流出量や試料内部の圧力の測定値に基づき土の水分移動特性 (水分特性曲線と不飽和透水係数) を求める逆解析法である (van Dam *et al.*, 1994; Eching *et al.*, 1994; Inoue *et al.*, 1998 など)。ここでは、HYDRUS-1D (Šimůnek *et al.*, 2005) に例題として示されているデータを紹介する。

ほぼ水分飽和している長さ 6 cm の土カラムに対して、カラム内の空気圧を 0, 12.41, 48.12, 105.92 時間後に 100, 200, 400, 700 cm に段階的に増加させ、上端から 3 cm の位置における圧力変化と下端からの積算流出量を測定した。この実験で変化させたのは試料上端の空気圧であるが、下端の排出口が大気圧に保たれているため、大気圧との相対吸引圧、すなわち負圧を下端に与えた場合と物理的に等しい。言い換えると、マルチステップ流出法は、図-1 の吸引法カラムにおいて、段階的に負圧を与えて排水させることに等しい。そのため、下端境界条件には、独立型境界条件としての変動圧力を与えることができる (van Dam *et al.*, 1994)。また、上端を閉じているカラム上端境界条件は、ゼロフラックスを適用する。このとき、得られた深さ 3 cm における圧力と積算流出量の計算値は、実測データを良く再現している (図-12)。

なお、マルチステップ流出法では、下端のフィルターの透水抵抗が無視できず、フィルターを土とは別の層として取り扱うなどの下端部分の修正が必要な場合が多いが、下端境界条件には、同様の変動圧力を与える。マルチステップ流出法に関する詳細は、本特集で改めて取り



上げる予定である。

5.2 現場浸潤実験

次にアメリカ合衆国ニューメキシコ州南部半乾燥地の有名なラスクルーセス・トレンチサイト (Las Cruces Trench Site, Wierenga *et al.*, 1990) で行われた、不飽和帯の水分と溶質移動の現場実験の詳細なデータを用い

て、鉛直1次元水分移動の計算結果との比較を紹介する。現場では長さ26.4 m、幅4.8 m、深さ6 mのトレンチ(溝)を掘り、ニュートロンプローブなどのセンサーを溝壁面や地表面より挿入し、一定量の灌漑(平均 $1.82 \text{ cm d}^{-1}$ )を86日間与え、水分と溶質移動を測定した。

Wierenga *et al.* (1991) に沿ってHYDRUS-1Dを用いて不飽和水分流れを再現した。初期条件は、各深さで測定した圧力の平均値を用いた(図-13)。上端境界条件は、実験条件と同じ $q_c=1.82 \text{ cm d}^{-1}$ の一定フラックス境界条件を適用した。図-13に19日と35日の水分分布の測定値と計算値、またフラックス分布を示す。現場データに対しても、計算に実験条件を正しく与えることにより、浸潤過程がよく再現されることがわかる。また、上端境界における一定フラックス条件のため、浸潤前線より上部におけるフラックスは $1.82 \text{ cm d}^{-1}$ で一定である。

35日までは浸潤前線が下端に達していないため、下端の境界条件の影響はほとんどない。この現場では、地下水面がトレンチの深さに比べて十分に深いことが知られているので、自由排水境界条件が適用できる。しかし、浸潤前線が下端に到達する場合は、下端の境界条件には注意が必要である。そこで下端における自由排水境界条件が、深さ600 cmでの水分量の変化に与える影響を調べるために、計算領域が600 cmと1,000 cmの計算結果を比較した。図-14に深さ600 cmにおける水分量変化の比較を示す。計算領域が600 cmの場合、その深さにおける圧力勾配ゼロの条件により、1,000 cmの場合と比べて圧力が早く増加するため、水分量の増加も早い。このようにある深さでの水分量変化に対しては、計算領域を十分に大きくとり、下端の自由排水境界条件の影響を

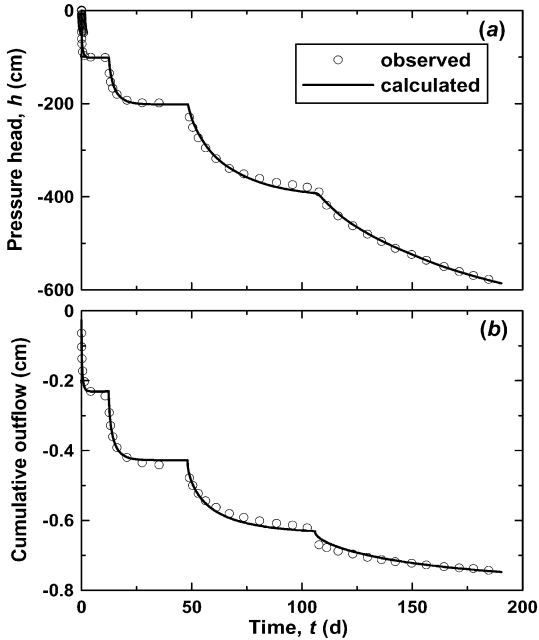


図-12 マルチステップ流出法における (a) 深さ3 cmの圧力と (b) 積算流出量の時間変化 (プロットは実測値、実線は計算値)。

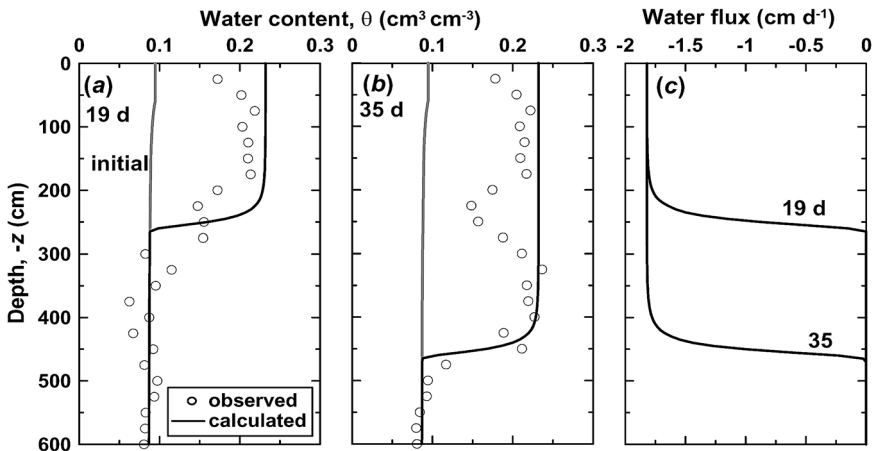


図-13 ラスクルーセスサイトの現場浸潤実験における (a) 19日と (b) 35日の水分分布と (c) フラックス分布 (プロットは実測値、実線は計算値)。

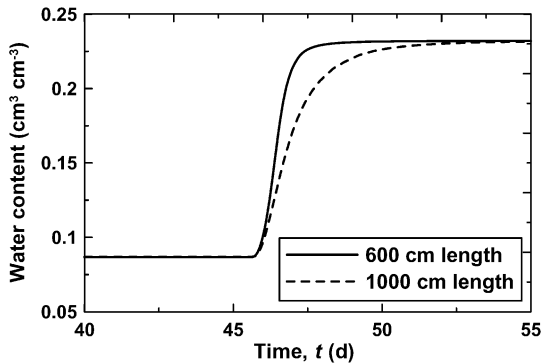


図-14 自由排水条件を下端境界に与えた異なる計算領域 (600 cm および 1,000 cm) における深さ 600 cm の水分量変化。

なるべく少なくする必要がある。

## 6. おわりに

土中の不飽和水分移動の数値計算において、適切な境界条件を選択するには、境界条件の正しい理解と適用条件の認識が必要不可欠である。本報では、土中の不飽和水分移動の基本的な境界条件について、数学的表記、物理的な意味、適用条件などについて実例を用いて解説した。その上で、そうした境界条件の実際の実験や現場測定における水分移動計算への適用例を示した。

一般に不飽和水分移動の境界条件は、土中の条件に依存しない独立型境界条件と、依存する系依存型境界条件の2つに大別される。本報では独立型境界条件として、系の状態に関係なく外部から与える圧力境界条件、フラックス境界条件、また地下水面が十分に深い場合に適用可能な圧力勾配をゼロとする自由排水境界条件について、物理的意味や適用条件を計算結果と共に解説した。また、系依存型境界条件の代表例として、降雨浸透、地表面蒸発、浸出面を取り上げ、境界条件のモデルを紹介し、具体的な計算例を用いて解説した。そして、適切な境界条件を用いないと、計算結果に大きな誤差をもたらす可能性があることを示した。

現在、HYDRUS (Šimůnek *et al.*, 2005) に代表される不飽和水分移動計算汎用プログラムの普及は進んでおり、大学や研究所における研究や教育のみならず、民間コンサルタントなどにより、応用面においても広く利用されている。しかし利用者の不飽和水分移動理論に対する正しい理解なしには、本当の意味での普及は達成されたとは言えない。本報が、土中の不飽和水分移動モデルにおける境界条件の重要性を再認識し、整理し直す手がかりになれば幸いである。

## 謝 辞

本報は、筆頭著者 (斎藤) が平成 18 年度日本学術振興会海外特別研究員として、カリフォルニア大学リバーサイド校に赴任中に書かれたものであり、日本学術振興会の援助に感謝する。

## 引用文献

- Campbell, G.S. (1987) : パソコンで学ぶ土の物理学 (中野政詩・東山 勇 監訳), 鹿島出版会, 東京.
- Eching, S.O., Hopmans, J.W. and Wendroth, O. (1994) : Unsaturated hydraulic conductivity from transient multistep outflow and soil water pressure data. *Soil Science Society of America Journal*, **58** : 687-695.
- Fayer, M.J. (2000) : UNSAT-H version 3.0 : Unsaturated soil water and heat flow model. Theory, user manual, and examples. Pacific Northwest National Laboratory, Richland, WA.
- Feddes, R.A., Bresler E. and Neuman, S.P. (1974) : Field test of a modified numerical model for water uptake by root systems. *Water Resour. Res.*, **10** : 1199-1206.
- Hopmans, J.W. and Stricker, J.N.M. (1989) : Stochastic analysis of soil water regime in a watershed. *J. Hydrol.*, **105** : 57-84.
- Inoue, M., Šimůnek, J., Hopmans, J.W. and Clausnitzer, V. (1998) : In situ estimation of soil hydraulic functions using a multistep soil-water extraction technique. *Water Resources Research*, **34** : 1035-1050.
- Jury, W.A. and Horton, R. (2006) : 土壌物理学—土中の水・熱・ガス・化学物質移動の基礎と応用— (取出伸夫 監訳 : 井上光弘・長裕 幸・西村 拓・諸泉利嗣・渡辺晋生訳), 築地書店, 東京.
- McCord, J.T. (1991) : Application of second-type boundaries in unsaturated flow modeling. *Water Resour. Res.*, **27** : 3257-3260.
- Philip, J.R., and de Vries, D.A. (1957) : Moisture movement in porous media under temperature gradients. *Eos Trans. AGU*, **38** (2) : 222-232.
- Pruess, K. (2004) : The TOUGH Codes-A family of simulation tools for multiphase flow and transport processes in permeable media. *Vadose Zone J.*, **3** : 738-746.
- Rassam, S.D., Šimůnek, J. and van Genuchten, M.Th.

- (2004) : HYDRUS-2D による土中の不飽和流れ計算 (取出伸夫・井上光弘 監訳), 農業土木学会土壌物理研究部会 HYDRUS グループ, 東京.
- Saito, H., Šimůnek, J. and Mohanty, B.P. (2006) : Numerical analysis of coupled water, vapor and heat transport in the vadose zone, *Vadose Zone J.*, **5** : 784-800.
- 坂井 勝・取出伸夫 (2006) : 古典を読む : J.R. Philip and D.A. de Vries 著「温度勾配下における多孔質体中の水分移動について」, *土壌の物理性*, **103** : 105-112.
- Šimůnek, J., van Genuchten, M.Th. and Sejna M. (2005) : The HYDRUS-1D software package for simulating the movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media. Version 3.0. HYDRUS Software Series 1, Dep. of Environmental Sciences, Univ. of California Riverside, Riverside, CA.
- 登坂宣好・大西和榮 (1991) : 偏微分方程式の数値シミュレーション, 東京大学出版.
- van Dam, J.C., Stricker, J.N.M. and Groogers, P. (1994) : Inverse method to determine soil hydraulic functions from multiple outflow experiments. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, **58** : 647-652.
- van Dam, J.C., Huygen, J., Wesseling, J.G., Feddes, R. A., Kabat, P., van Walsum, P.E.V., Groenendijk, P. and van Diepen, C.A. (1997) : Theory of SWAP version 2.0, Report 71, Dept. of Water Resour., Wageningen Agricultural University, Wageningen, the Netherlands.
- Wierenga, P.J., Hudson, D.B., Hills, R.G., Porro, I., Kirkland, M.R. and Vinson, J. (1990) : Flow and Transport at the Las Cruces Trench Site : Experiments 1 and 2. NUREG/CR-5607. U.S. Nuclear Regulatory Commission.
- Wierenga, P.J., Hills, R.G. and Hudson, D.B. (1991) : The Las Cruces Trench site : Characterization, experimental results, and one-dimensional flow predictions. *Water Resour. Res.*, **27** : 2695-2705.

## 要 旨

土中の不飽和水分移動の計算に用いられる各種境界条件について、土中の条件に依存する系依存型境界条件と、依存しない独立型境界条件の2つに大別し、数学的表記、物理的な意味、適用条件について解説した。まず、独立型境界条件として、圧力、フラックス、圧力勾配境界条件を示した。そして、系依存型境界条件である降雨浸透、地表面蒸発、浸出面を対象に、土の状態に応じて境界条件が変化するモデルとその計算例を示した。さらに、マルチステップ流出法と現場浸潤実験の測定データを用いて、各種境界条件の適用事例を示した。

受稿年月日 : 2006年8月30日

受理年月日 : 2006年9月15日